# De la science fiction à la fiction en sciences : Abbott, ou l'enseignement de la géométrie

Thierry Dias, Jean-Loup Heraud

# DE LA SCIENCE FICTION À LA FICTION EN SCIENCES : ABOTT, OU L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE

**Thierry DIAS, Jean Loup HÉRAUD**

LEPS-LIRDHIST, Université Claude Bernard Lyon 1

**MOTS-CLÉS :** CONCEPTUALISATION – FICTION – GÉOMÉTRIE – MONDE POSSIBLE – SCIENCE FICTION

**RÉSUMÉ** : Le roman de science-fiction *Flatland* montre comment une fiction littéraire peut engendrer un questionnement épistémologique sur l'espace géométrique de mondes parallèles. Il aborde une question didactique : est-il possible pour un sujet de construire une géométrie à 3 dimensions en partant d'un monde à deux dimensions ?

**ABSTRACT** : The science-fiction novel *Flatland* shows how a literary fiction can lead to a questioning of the epistemological space geometry parallel worlds. It addresses a question teaching : is it possible for a subject to construct a 3-dimensional geometry from a two-dimensional world ?

## INTRODUCTION

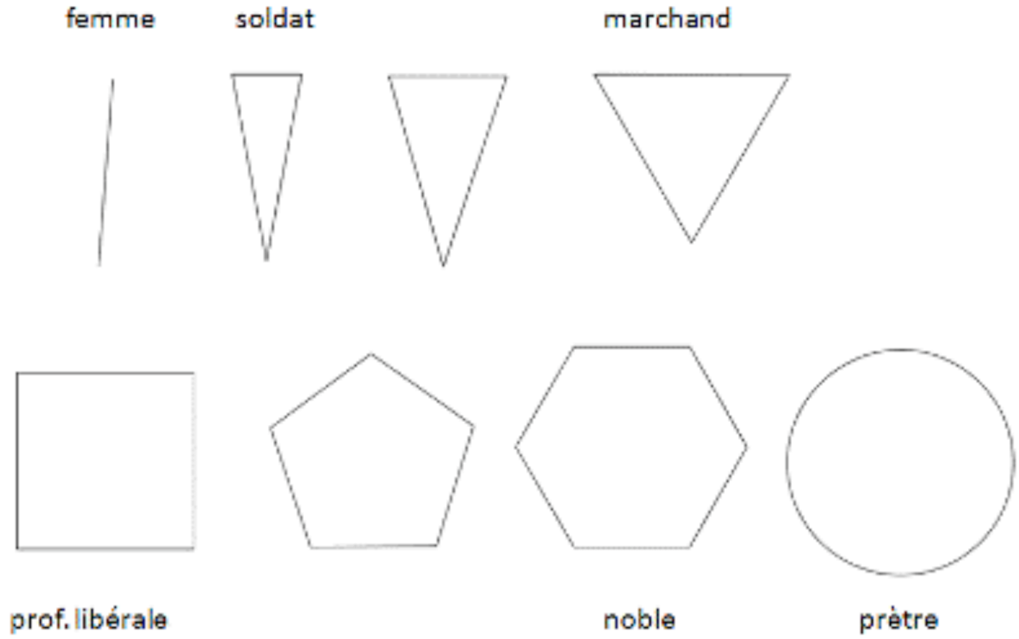
On examinera dans cette contribution le rôle de la *fiction dans l'élaboration des connaissances scientifiques :* la fiction artistique adresse un *questionnement épistémologique* au monde réel, interrogeant nos connaissances sur le monde réel, et interrogeant celui-ci pour savoir ce qu'il est.
*« J'appelle notre monde Flatland, non point parce que nous le nommons ainsi, mais pour vous aider à mieux en saisir la nature, vous, mes heureux lecteurs, qui avez le privilège de vivre dans l'Espace. »* (Trad. p. 10). Le Carré, personnage principal de ce roman de fiction épistémologique qu'est *Flatland* (Abbott, 1884) comprend très vite que le monde à deux dimensions qui est le sien ne peut s'expliquer, comme lui suggère son dialogue avec la Sphère, que dans le cadre d'une géométrie à trois dimensions, encore inconnue de lui et invérifiable dans son expérience.
Nous retenons de cet ouvrage deux questions principales :

- Comment se construit *épistémologiquement* (par les ressources mathématiques de la géométrie de l'espace) un monde possible concevable à partir du monde physique à trois dimensions, qui est celui du lecteur ? Cette première partie de l'ouvrage est plutôt « exotique ».
- Comment un sujet construit-il *épistémiquement* la connaissance d'un monde possible à partir des cadres de connaissance de notre monde ? Cette seconde partie présente un véritable panorama des problèmes didactiques rencontrés dans l'enseignement de la géométrie dans les classes.

## 1. DE LA SCIENCE À LA FICTION : LE MONDE POSSIBLE DE *FLATLAND*

Selon la « sémantique des mondes possibles » (Kripke, 1982) la fiction qui énonce une proposition fausse sur notre monde peut être vraie dans un monde contrefactuel, « alternatif » au nôtre, qui nous est rendu « accessible » par l'art. On verra que les possibilités ouvertes à l'imagination, ici littéraire, seront strictement délimitées par les exigences mathématiques de l'espace géométrique.
Quel est le monde physique et humain qui résulte du changement de structure géométrique ? L'intérêt de l'exercice est de reconstruire, sur la base du changement d'un paramètre essentiel de notre monde, un monde qui conserve l'ensemble des autres propriétés cognitive, affective, sociale, familiale et politique de notre monde. Mais comment ?
Pour obtenir les types d'individus sous forme de figures planes, Abott utilise les correspondances suivantes : ligne droite = femme ; triangles isocèles plus ou moins ouverts = soldat et ouvrier ; triangle équilatéral = marchand ; carré = profession libérale ; pentagone = un gentilhomme ; un hexagone = un noble ; puis les polygones pour les classes supérieures à x côtés de plus en plus petits jusqu'au cercle ; un cercle = un grand prêtre. Il y a une correspondance stricte entre le type de

figures géométriques et les êtres sociaux, selon un principe de hiérarchie qui renvoie de façon critique à la société victorienne de l'époque de Abbott.




Deux règles géométriques centrales gouvernent l'organisation et la vie de ce monde comme celle, symétriquement, des événements du récit : celles d'angle et celle de figure régulière. a/ La notion *d'angle* définit une ouverture plus ou moins grande qui mesure par exemple l'amplitude du cerveau, dont il en résulte la hiérarchie des capacités intellectuelles, donc les évolutions éducatives possibles, et la hiérarchie des places sociales et des fonctions politique. Un triangle isocèle est d'une valeur inférieure à un triangle rectangle ; de même, une figure qui comporte le maximum de côtés et de régularité a plus de valeur ; b/ La *régularité* est le second principe : « *à Flatland, toute la vie sociale repose sur un principe fondamental… selon lequel toutes les Figures doivent avoir les côtés égaux* » (p. 44). Dans un tel monde, la femme et les soldats sont des êtres inférieurs. Dénuées d'angle, les femmes sont géométriquement « *par là même dénuées de cérébralité, incapables de réflexion, de pensée, de jugement, presque de souvenir…* ». Imprévisibles et invisibles du fait de leur pointe rigide invisible. Elles sont dangereuses dans leurs déplacements qui peuvent être mortels pour les autres espèces de figures, car dans un tel pays, où toutes les figures sont vues comme des lignes droites, l'extrémité d'une droite « femme » peut n'être qu'un point indiscernable

Abbott décrit aussi une société de concurrence féroce marquée par des inégalités radicales, mais régulée par une course des individus à l'ascension sociale, interdite aux femmes et aux soldats. Bref une société d'airain gouvernée par le caractère inexorable des lois mathématiques.

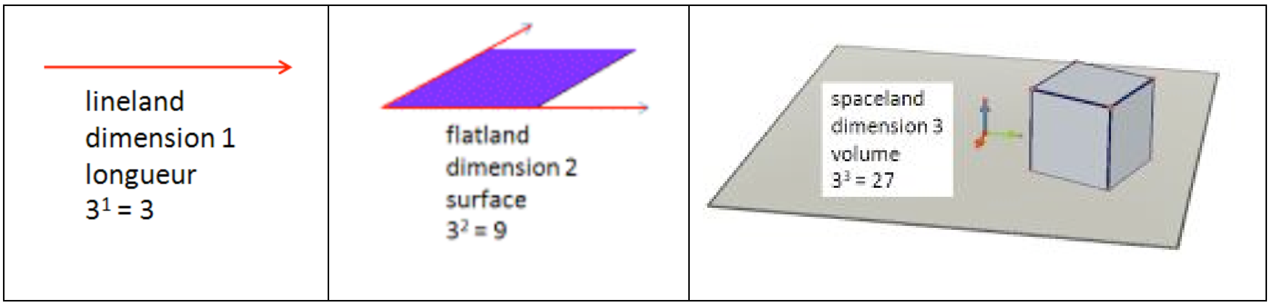
## 2. DE LA FICTION À LA SCIENCE : DE L'ESPACE DE *FLATLAND* À CELUI DE *SPACELAND*

La seconde partie décrit une quasi-situation d'enseignement : la Sphère qui intervient dans le monde plan du carré imagine au moins trois stratégies didactiques différentes pour amener le Carré à comprendre ce qu'est l'espace à 3 dimensions qui n'est pas le sien en le construisant sur des repères qui sont les siens : le changement de registre (numérique/géométrique), l'ostension et l'analogie. Or ces trois stratégies échoueront à apprendre au Carré la géométrie d'un autre monde que le sien et une quatrième stratégie sera nécessaire, disons-le, qui consistera à changer de monde pour connaître son propre monde.

Cette seconde partie est une *partie épistémique*, elle n'a plus pour objet la genèse des mondes parallèles entre eux, mais la question cognitive et didactique du sujet. Nous sommes ici dans les modalités du raisonnement fictionnel. Ce qui est un monde réel pour la sphère est en effet un monde possible pour le Carré : comment représenter quelque chose de possible que je ne connais pas encore à partir du monde qui est le mien et de ce que j'en sais ? Quelles en sont les conditions épistémiques ?

### 2.1 La stratégie du changement de registre

Lors du changement de dimension il est nécessaire d'étudier la rupture ou la continuité de la définition des objets mathématiques et de leurs relations. En prenant la référence de Flatland, c'est la grandeur « surface » qui sert de repère. La grandeur de référence change avec la dimension : la longueur en dimension 1 et le volume en dimension 3. Ces changements d'espace dimensionnel (à un, deux, trois, voir *x* dimensions) peuvent être associés à des écritures arithmétiques :




De l'arithmétique à la géométrie, peut-on engendrer, induire ou déduire arithmétiquement une géométrie à moins de 2 dimensions, à plus de 2 dimensions ? C'est paradoxalement le petit Hexagone qui pose le problème : *« Vous m'avez enseigné* [dit le petit Hexagone, petit-fils du Carré] *à porter le nombre à la puissance $^3$ ; je suppose* que *$3^3$ a aussi un sens en géométrie ; quel est-il ?* -

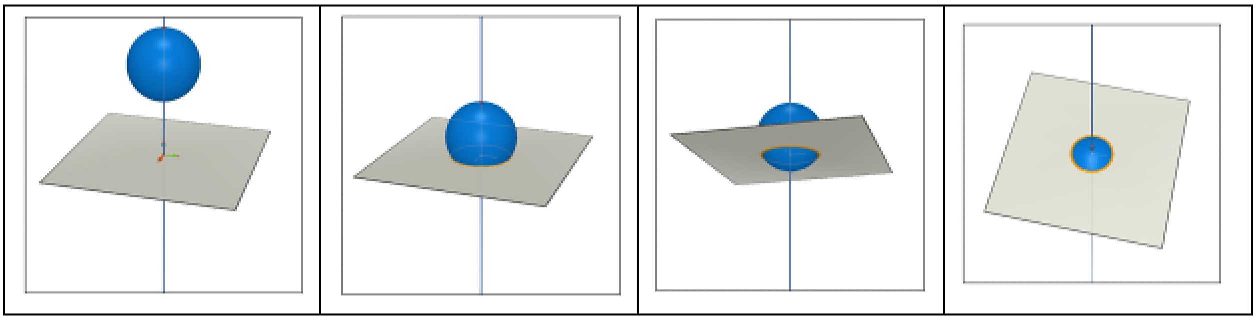
$3^3$ n'a *aucun sens en Géométrie, lui répondis-je car la Géométrie n'a que 2 dimensions* (nous soulignons] *»* (p. 88)

L'enfant argumente contre l'adulte ! Et il conclut imparablement : *« il s'ensuit qu'un Carré ayant 3 pouces de côtés, en se mouvant parallèlement à lui-même (mais je ne vois pas comment) doit former quelque chose d'autre (mais je ne vois pas quoi) qui… sera représenté par $3^3$ »* [nous soulignons] *(p. 89)*. Se trouve ici introduite l'approche de la notion d'espace par la mesure du volume : la notion de parallèle est la condition proprement géométrique qui donnerait corps à la possibilité conceptuelle d'un espace à trois dimensions. Ce que refuse l'adulte pourtant mathématicien ! *« Cet enfant est stupide : $3^3$ ne peut avoir aucune signification en géométrie ». Aussitôt j'entendis distinctement une réponse* [la Sphère intervient alors dans le dialogue] : *« Cet enfant n'est pas stupide ; et $3^3$ a une signification géométrique évidente]. » (*p. 89)

Si l'espace n'est donc pas une entité numérique, mais physique, y a t'il un univers d'objets dans lequel *$3^3$* puisse s'interpréter et acquérir une consistance physique ?

### 2.2 L'ostension

D'où la nécessité maintenant pour la Sphère de devoir prouver au Carré par l'expérience sensible l'existence de cet espace : *« Un simple exposé des faits, suivi d'une démonstration oculaire, devrait suffire » (97),* L'expérience va consister pour la Sphère à se présenter au Carré sous la forme d'un cercle en mouvement sur le plan fixe, en venant traverser le plan qui définit Flatland. Il s'agit de montrer les sections parallèles successives d'une sphère par rapport à un plan.



Une fois encore, le Carré est en échec : il est dans l'impossibilité de se représenter comme équivalent le mouvement horizontal du cercle sur le plan et le mouvement vertical de la sphère. Pourquoi ? « … *Mais j'avais beau voir les faits, les causes restaient aussi obscures que jamais pour moi. Tout ce que je retenais, c'était que le cercle avait diminué, puis disparu, et qu'il venait de réapparaître en s'élargissant rapidement.* » (p. 99)

Autrement dit, l'expérience mathématique proposée n'a rien de naturel, car elle suppose d'une part une interprétation préalable par un schéma, un diagramme, d'autre part une interprétation correcte de la dimension de hauteur en terme d'élévation de haut en bas et pas seulement de translation.
De la figure au solide, il ne peut y avoir de connaissance qui soit seulement conceptuelle. C'est l'échec de l'ostension : montrer peut permettre d'enseigner mais ne conduit pas systématiquement à l'apprentissage.

### 2.3 L'analogie

*« Il ne me reste plus qu'une ressource, si je veux éviter de recourir aux actes. Il faut essayer la méthode de l'Analogie »* (99). Puisqu'il n'y a pas de construction possible de la hauteur dans l'espace à 2 D, comment faire ? La Sphère tente alors de la construire imaginativement dans le registre de la représentation virtuelle, instaurant alors ce qu'on peut appeler une véritable expérience de pensée, déconnectée de l'expérience sensible et libérée des limites de celle-ci : « *La Sphère : Maintenant, faites un petit effort d'imagination et représentez-vous, à Flatland, un carré qui se meut parallèlement à lui-même vers le haut ; Moi : Quoi ? Vers le Nord, La sphère : Non pas vers le Nord ; vers le haut, qui sort complètement de Flatland. »* (p. 100)
On se retrouve ici dans le premier cas de figure, désormais acceptable et représentable analogiquement : construire le solide sur le principe de la figure plane, le cube au moyen du carré, en multipliant le nombre de ses « points terminaux » : en transformant les angles en sommets (3 côtés ou plus). Mais ce qui est concevable est-il supportable et acceptable pour le Carré ? Nullement ! *« Le Cube que vous engendrez – dit la Sphère- sera borné par six côtés, c'est-à-dire par six de vos entrailles. Maintenant tout est bien clair dans votre esprit ? » Monstre, hurlais-je… L'un de nous doit périr » (103)*
Nouveau constat d'échec : l'expérience de pensée est vécue par le Carré non comme un espace de variation mais comme une transgression.
Comment voir la vérité de son propre monde sans changer ce qu'il est ? Il est une dernière solution : « *Mais à présent, je ne sais plus comment vous convaincre. Ah ! J'ai trouvé. Ce sont des actes, et non des paroles, qui proclameront la vérité »* (104). Le carré est cette fois-ci précipité malgré lui par la Sphère dans l'espace à 3 D : *« Vous voyez à présent, j'en suis certain que seule mon explication s'adapte aux phénomènes. Les choses que vous appelez solides sont en réalité superficielles ; ce que vous nommez l'Espace n'est qu'une grande Surface Plane. Je suis dans l'Espace, et je contemple l'intérieur des choses dont vous ne voyez que l'extérieur. »* (105).
On ne peut générer épistémologiquement l'espace en 3 D *de l'intérieur* de l'espace 2 D : il faut le voir, le toucher de l'extérieur pour en construire une vision de l'intérieur : *« Il s'agit en réalité d'un Solide, comme va vous l'apprendre le sens du Toucher » (116).*

## 3. CONCLUSIONS : PREUVE ET ÉPREUVE DES OBJETS

À l'issue de ce parcours didactique dans ce roman de fiction, deux conclusions dominent : La conceptualisation est corollaire de l'expérience des objets de connaissance eux-mêmes. Mais l'expérience en jeu est spécifique des objets de connaissance en ce qu'elle les construit comme des artefacts, du fait qu'ils n'ont pas d'existence naturelle : *« Je construis un solide en plaçant un grand nombre de Carrés parallèlement les uns aux autres… il est aussi haut que long que large ; nous l'appelons un cube. »* (p. 115*)*

Comment préciser le rôle épistémologique de la fiction ? On ne peut penser un monde que par rapport à un autre, car ils sont interdépendants (monde à 2 D et monde en 3 D sont complémentaires et nécessaires l'un à l'autre) : le monde possible sert à reconstruire la vérité du monde réel d'un autre point de vue et sous une autre perspective.

## BIBLIOGRAPHIE


Abbot, E. A. (1884, trad. e book). *Flatland : A romance of Many Dimensions*

Brugière, C., & Hérault, J.-L. (2007). Mondes possibles et compréhension du réel : la lecture d'un album comme source de questionnement scientifique au cycle 2 de l'école primaire, *Aster, 44*, 69-106.

Dias, T. (2009). La dimension expérimentale en mathématiques, un exemple avec la situation des polyèdres. *Grand N*, *83*, 63-83

Kripke, S. (trad. 1982). *La logique des noms propres*. Paris : Éditions de Minuit